



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

(495) 939-19-31

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



### Курсы

Операции над курсами

- Список курсов



### Файлы

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

## Мои курсы

- **Grothendieck graphs (dessins d'enfants)**  
Материалы курса --- Форум --- Версии (редактирование) --- Задания по курсу
- **Математика и информатика для гуманитариев**  
Материалы курса --- Форум --- Версии (редактирование) --- Задания по курсу
- **Повышение квалификации**  
Материалы курса --- Форум --- Версии (редактирование) --- Задания по курсу
- **Тригонометрия**  
Материалы курса --- Форум --- Версии (редактирование) --- Задания по курсу

Copyright © 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



- Общие сведения**  
Общие сведения о факультете
- Научная работа**  
Сведения о научной работе на факультете
- Учеба**  
Учебная, учебно-методическая работа на факультете
  - Очные учебные курсы
  - Учебно-методические разработки
  - Дистанционное обучение
  - Учебные связи факультета
- Издания**  
Сведения о изданиях факультета

### Графы Гротендика (детские рисунки)

Предлагается годовой дистанционный специальный курс (соответствует 72 часам лекций дневной формы обучения) для студентов и аспирантов. Основной целью курса является ознакомление слушателей с замечательной областью математики, лежащей на стыке алгебры, комплексного анализа, топологии, методов вычислений, теории струн и многих других областей математики.

*Детским рисунком* на компактной связной ориентированной поверхности называется вложенный в эту поверхность связный граф, при удалении которого из поверхности она распадается в несвязное объединение открытых дисков. Александр Гротендик был первым, кто заметил, что такие графы оказываются тесно связанными с так называемыми *парами Белого* (алгебраическая кривая и непостоянная рациональная функция на ней с не более чем 3 критическими значениями). Эта связь была строго описана Г. Б. Шабатом и В. А. Воеводским в терминах эквивалентностей категорий. Однако доказанные эквивалентности не дают практически приемлемого способа найти пару Белого, отвечающую данному рисунку, и эта задача по-прежнему остается открытой. В настоящем спецкурсе мы планируем ввести пары Белого, детские рисунки Гротендика и изучить простейшие их свойства, а также ознакомить слушателей с имеющимся математическим аппаратом решения поставленной задачи и рассказать о приложениях детских рисунков и взаимосвязи между детскими рисунками и парами Белого в других областях математики и математической физики. Наряду с теоретическим материалом спецкурс будет содержать контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения. Решения задач высылаются тьюторам для проверки. Неправильно решенные задания студент имеет право решать заново в течение всего семестра. Однако число попыток ограничено тремя. По теме курса будет открыт форум, модерлируемый коллективом авторов курса. Также курс содержит большое количество открытых научных проблем.

#### Требования к обучающемуся:

желательно знакомство с теорией групп и комплексным анализом в объеме обязательного курса механико-математического факультета МГУ  
необходимо уверенное владение комплексными числами

Спецкурс является платным. Оплата курса является по-семестровой. Первый семестр: лекции 1 – 36; второй семестр: лекции 37 – 72. Стоимость обучения в каждом семестре: 1440 руб. Если Вы заинтересованы и хотите у нас учиться, пришлите, пожалуйста короткое сообщение и Ваше резюме на

dessins@mail.ru

По окончании курса предусмотрен очный экзамен. К экзамену допускаются только слушатели, правильно ответившие на более чем 70% контрольных вопросов и заданий. В случае успешной сдачи экзамена выдается сертификат. Слушатели, успешно ответившие на более чем 70% контрольных вопросов и заданий, но не имеющие возможности приехать для очной сдачи, получают справки о том, что курс прослушан.

### **Программа специального курса графа Гротендика (детские рисунки)**

#### **1. Графы (лекции 1-12)**

- 1.1. Рисунки (1)
- 1.2. Матрицы инцидентности (2)
- 1.3. Ориентированные ребра (3-4)
- 1.4. Категорный подход (5)
- 1.5. Двукрашенные рисунки (6)
- 1.6. Перенумерации (7-8)
- 1.7. Особые виды графов (9-12)

#### **2. Графы на поверхностях (лекции 13-24)**

- 2.1. Рисунки (13-14)
- 2.2. Флаги и M-схемы (15)
- 2.3. Определение графа Гротендика (детского рисунка) (16)
- 2.4. Картография (17-18)
- 2.5. Платоновы рисунки и нормализация (19-20)
- 2.6. Категорный подход (21-22)
- 2.7. Двукрашенная и трехкрашенная версии (23)
- 2.8. Плоские деревья (24)

#### **3. Пары Белого (лекции 25-48)**

- 3.1. Открытые отображения компактных ориентированных поверхностей; ветвление (25)
- 3.2. Теория Стоилова (26)
- 3.3. Рациональные функции на комплексных алгебраических кривых (27-28)
- 3.4. Определение пары Белого (29)
- 3.5. Категория пар Белого (30)
- 3.6. Чистые пары Белого; переход к чистым парам Белого (31)
- 3.7. Сверхчистые пары Белого; переход к сверхчистым парам Белого (32)
- 3.8. Как нарисовать пару Белого? (33-34)

- 3.9. Двукрашенная и трехкрашенная версии (35-36)
- 3.10. Эквивалентность категорий пар Белого и детских рисунков (37-38)
- 3.11. Обобщенные многочлены Чебышева (39-40)
- 3.12. Анти-вандермондовы системы (41-42)
- 3.13. Пары Белого рода 0 (43-44)
- 3.14. Пары Белого рода 1 (45-46)
- 3.15. Истинная форма рисунка (47-48)
- 4. Приложения (лекции 49-72)**
- 4.1. Игра Белого (49-52)
- 4.2. Униформизация (52-60)
- 4.3. Квази-эллиптические функции и интегралы; уравнение Пелля-Абеля (60-64)
- 4.4. Равносторонняя триангуляция поверхности (65-66)
- 4.5. Метризованные графы на поверхностях и пространства модулей алгебраических кривых (67-72)

Программа спецкурса "Графы Гротендика (детские рисунки)" подготовлена, разработана и будет сопровождаться коллективом авторов в следующем составе:

Г. Б. Шабат (профессор, МГУ, РГГУ);  
Е. М. Крейнс (н. с., МГУ, ИТЭФ);  
Н. М. Адрианов (с. н. с., МГУ);  
Н. Я. Амбург (м. н. с., ИТЭФ);  
В. А. Дремов (асп., МГУ);  
Ю. А. Левицкая (асп., МГУ).

Copyright © 2004-2006

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

## Grothendieck graphs (dessins d'enfants) (G. B. Shabat and others)

1. [Graphs \(lectures 1-12\)](#)
  - 1.1. [Lecture 1. Drawing](#)
  - 1.2. [Lecture 2. Incidence matrices](#)
    - 1.2.1. [Connectedness](#)
    - 1.2.2. [Number of edges](#)
    - 1.2.3. [Valencies](#)
  - 1.3. [Lecture 3. Incidence matrices](#)
  - 1.4. [Lecture 4. Directed edges](#)
    - 1.4.1. [Informal discussion](#)
    - 1.4.2.  [\$\Lambda\$ -scheme of a graph](#)
    - 1.4.3. [Reconstructing a graph by its  \$\Lambda\$ -diagram.](#)
  - 1.5. [Lecture 5. Directed edges](#)
    - 1.5.1. [Reversing directions](#)
    - 1.5.2. [Chains, cycles and homologies](#)
  - 1.6. [Lectures 6-8. Categorical approach](#)
    - 1.6.1. [Categorical background](#)
    - 1.6.2. [The definitions and notations](#)
    - 1.6.3. [Special types of categories](#)
    - 1.6.4. [Category of graphs: first attempts](#)
    - 1.6.5. [Maps on  \$\Lambda\$ -diagrams](#)
    - 1.6.6. [Celebrating victory](#)
    - 1.6.7. [Isomorphisms](#)
    - 1.6.8. [Automorphisms](#)
2. [Appendix](#)
  - 2.1. [Basic concepts of general topology](#)

### 1.4.2 $\Lambda$ -scheme of a graph

To any graph  $X_0 \subset X_1$  we associate the following three finite sets:

- Let  $V$  be the set of *vertices* of  $X_0 \subset X_1$ ; we do not fix the equality  $V = X_0$  since we prefer to think about  $V$  as about abstract set and to consider  $X_0$  as a subspace of the topological space.
- Let  $E$  be the set of *edges* of  $X_0 \subset X_1$ ; it can, of course, be defined as the set of *connected components* of  $X_1 \setminus X_0$ .
- Finally, denote  $\vec{E}$  the set of *directed edges*, see the definitions below, of a graph.

**Definition 1.4.3** A *parametrized edge* of the graph  $X_0 \subset X_1$  is a continuous map  $\gamma : [0, 1] \rightarrow X_1$ , injective on the interval  $(0, 1)$  and satisfying  $\gamma(0) \in X_0$ ,  $\gamma(1) \in X_0$ , and  $\gamma((0, 1)) \subset X_1 \setminus X_0$ . This map is called a *parametrization*.

**Definition 1.4.4** It is said that two parametrized edges with parametrizations  $\gamma_1, \gamma_2$  lie in one *isotopy class* up to a *monotone reparametrization* if  $\gamma_2 = \gamma_1 \circ \phi$ , where  $\phi$  is a homeomorphism of  $[0, 1]$ , satisfying  $\phi(0) = 0$ .

**Definition 1.4.5** A *directed edge* is an *isotopy class* of parametrized edges up to *monotone reparametrization*.

However, we'll try to avoid using this long definition of a simple thing.

## 1.4.2 $\Lambda$ -scheme of a graph

To any graph  $X_0 \subset X_1$  we associate the following three finite sets:

- Let  $V$  be the set of *vertices* of  $X_0 \subset X_1$ ; we do not fix the equality  $V = X_0$  since we prefer to think about  $V$  as about abstract set and to consider  $X_0$  as a subspace of the topological space.
- Let  $E$  be the set of *edges* of  $X_0 \subset X_1$ ; it can, of course, be defined as the set of *connected components* of  $X_1 \setminus X_0$ .
- Finally, denote  $\vec{E}$  the set of *directed edges*, see the definitions below, of a graph.

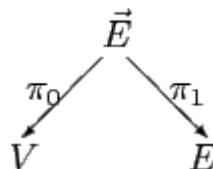
**Definition 1.4.3** A *parametrized edge* of the graph  $X_0 \subset X_1$  is a continuous map  $\gamma : [0, 1] \rightarrow X_1$ , injective on the interval  $(0, 1)$  and satisfying  $\gamma(0) \in X_0$ ,  $\gamma(1) \in X_0$ , and  $\gamma((0, 1)) \subset X_1 \setminus X_0$ . This map is called a *parametrization*.

**Definition 1.4.4** It is said that two parametrized edges with parametrizations  $\gamma_1, \gamma_2$  lie in one *isotopy class* up to a *monotone reparametrization* if  $\gamma_2 = \gamma_1 \circ \phi$ , where  $\phi$  is a homeomorphism of  $[0, 1]$ , satisfying  $\phi(0) = 0$ .

**Definition 1.4.5** A *directed edge* is an *isotopy class* of parametrized edges up to *monotone* reparametrization.

However, we'll try to avoid using this long definition of a simple thing.

**Corollary 1.4.6** The introduced three sets are related by two maps



where  $\pi_0 : \vec{E} \rightarrow V$  associates to each directed edge its *start*.

**Remark 1.4.7** Using the above formal definition, we can say that the condition  $\pi_0(\epsilon) = A$  is equivalent to the representability of the edge  $\epsilon \in \vec{E}$  by the function  $\gamma : [0, 1] \rightarrow X_1$  satisfying  $\gamma(0) = A$ .

From now on we assume that **our graphs have no isolated vertices**.

**Lemma 1.4.8** In the above assumptions  $\pi_0$  is surjective.

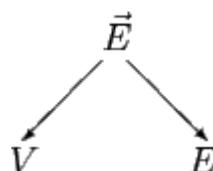
**Control question 1.13** To prove Lemma .

You may find the answer form for this question at the end of Lecture 4.

**Lemma 1.4.9** Without any additional assumptions  $\pi_1$  is surjective and exactly two-to-one - that is, for any  $e \in E$  the preimage  $\pi_1^{-1}(e)$  consists of exactly two elements.

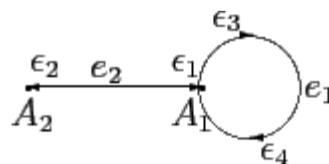
**Exercise 1.4.10** To prove Lemma .

**Definition 1.4.11** The diagram



will be called the  $\Lambda$ -diagram of a graph (because of its shape). Any three sets related by two maps with the above properties will be called (an abstract)  $\Lambda$ -diagram.

**Example 1.4.12** Consider the graph "pan" and numerate its vertices, edges and oriented edges as follows:



Then the  $\Lambda$ -diagram of this graph is represented by the following table:

$\epsilon$	$\pi_0(\epsilon)$	$\pi_1(\epsilon)$
$\epsilon_1$	$A_2$	$e_2$
$\epsilon_2$	$A_1$	$e_2$
$\epsilon_3$	$A_1$	$e_1$
$\epsilon_4$	$A_1$	$e_1$

**Exercise 1.4.13** Do the same thing for any three other graphs you know.

**Control question 1.14** Suppose you have a graph and its  $\Lambda$ -diagram in the form of a table like in the above examples. Add a loop to some vertice of the graph. Can you suggest a method for obtaining the table for the  $\Lambda$ -diagram of the new graph by modifying the existing table?

**Control question 1.15** Answer the same question as in the previous exercise for the other operations on the graphs you can think of, like adding, deleting and contracting edges, taking the disjoint and connected unions, etc.

To answer this questions you may see answer form at the end of the lecture.



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

(495) 939-19-31

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



### Курсы

Операции над курсами

- Список курсов



### Файлы

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

## Мои курсы

- **Grothendieck graphs (dessins d'enfants)**

[Материалы курса](#) --- [Форум](#) --- [Версии \(редактирование\)](#) --- [Задания по курсу](#)

- **Математика и информатика для гуманитариев**

[Материалы курса](#) --- [Форум](#) --- [Версии \(редактирование\)](#) --- [Задания по курсу](#)

- **Повышение квалификации**

[Материалы курса](#) --- [Форум](#) --- [Версии \(редактирование\)](#) --- [Задания по курсу](#)

- **Тригонометрия**

[Материалы курса](#) --- [Форум](#) --- [Версии \(редактирование\)](#) --- [Задания по курсу](#)

Copyright © 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

(495) 939-19-31

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))



**Информация**

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



**Мой профиль**

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



**Курсы**

Операции над курсами

- Список курсов



**Файлы**

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

**Форум по учебному курсу**

Курс: [Grothendieck graphs \(dessins d'enfants\)](#)

Автор: G. B. Shabat and others



Тема	Создана	Последний ответ
<a href="#">сдача задач, контрольных вопросов и прочего</a>	<a href="#">dremov</a> 21.02.2007 19:42	<a href="#">kreines</a> 25.09.2007 22:13
<a href="#">Упражнения 1.5.14, 1.5.18</a>	<a href="#">s_stoynova</a> 22.09.2007 19:30	<a href="#">s_grishina</a> 23.09.2007 18:58
<a href="#">Проверяем...</a>	<a href="#">dremov</a> 20.12.2006 21:42	<a href="#">kreines</a> 24.05.2007 22:51
<a href="#">Матрицы инцидентности</a>	<a href="#">kreines</a> 03.03.2007 13:48	<a href="#">s_shishkina</a> 06.03.2007 9:30
<a href="#">Работа внутренней почты</a>	<a href="#">kreines</a> 03.03.2007 13:32	<a href="#">kreines</a> 03.03.2007 13:49
<a href="#">Курс доступен, можно работать!!!</a>	<a href="#">kreines</a> 14.02.2007 11:41	
<a href="#">материалы курса обрабатываются, но вроде все же доступны</a>	<a href="#">dremov</a> 02.02.2007 10:18	<a href="#">dremov</a> 13.02.2007 11:12
<a href="#">Первая тема форума</a>	<a href="#">kreinis</a> 20.12.2006 5:40	<a href="#">s_shishkina</a> 02.02.2007 9:16
<a href="#">Так когда все-таки начнем?</a>	<a href="#">dremov</a> 16.01.2007 12:18	<a href="#">kreines</a> 17.01.2007 11:59
<a href="#">Новая тема 1</a>	<a href="#">kreinis</a> 20.12.2006 9:01	<a href="#">kreinis</a> 20.12.2006 9:04

Всего: 10 тем(-а) форума.



**Создать новую тему форума**

Заголовок:

Текст: **B** / U  $\sqrt{n}$



**Информация**

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



**Мой профиль**

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



**Курсы**

Операции над курсами

- Список курсов



**Файлы**

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

**сдача задач, контрольных вопросов и прочего**

[dremov](#) (21.02.2007 19:42)

Вопрос 1: Куда и в каком виде присылать?

Ответ: Пока не доступны формы ответов на контрольные вопросы, поэтому присылайте, пожалуйста, ответы по внутренней почте на адреса [kreines](#) и/или [dremov](#)

[dremov](#) (21.02.2007 19:47)

Вопрос 2: до какого числа сдавать?

Ответ: на самом деле главное, это разобраться, решить и суметь сформулировать решение, а формальные сроки - это не главное.

[dremov](#) (21.02.2007 19:55)

Вопрос 3: как узнать, засчитана ли задача? будет ли в каком-то виде доступна статистика?

(Это я сам хотел бы узнать. Но, конечно, всегда можно спросить преподавателей о задачах, которые они проверяли)

[kreines](#) (22.02.2007 8:24)

[kreines](#) (22.02.2007 8:31)

Ответ на Вопрос 3:

Каждому приславшему решение будет в течение недели отвечено принято ли его решение, а если нет, то почему. (Напоминаю, что неправильные решения можно исправлять!).

Общая же статистика будет когда-нибудь, но когда -

это вопрос к программистам, а в каком виде - я с интересом приму пожелания и передам их программистам.

---

[s\\_shishkina](#) (22.02.2007 12:20)

И еще вопрос №4. Насколько подробными должны быть решения и, особенно, ответы на контрольные вопросы? Заранее благодарна.

---

[kreines](#) (22.02.2007 12:55)

Здравствуйтесь, Элина!

Рады Вас видеть!

Ответы должны содержать полное и подробное доказательство обсуждаемого факта. Чем подробней, тем лучше.

Впрочем, поскольку есть возможность исправлять ошибки, степень подробности можно будет регулировать постепенно.

---

[s\\_likhacheva](#) (02.03.2007 19:53)

Как посылать сообщения по внутренней почте? При попытке создать новое сообщение мне говорят об "ошибке доступа". Можно присылать на обычную почту?

---

[s\\_shishkina](#) (03.03.2007 10:14)

Здравствуйтесь Елена и Владимир,

спасибо за ответ на вопрос. Еще меня интересует вот что, определения Incidence matrices вашего курса и классической теории отличаются и мне бы хотелось знать почему и как на русском звучит название Incidence matrices. Заранее благодарна.

---

[kreines](#) (23.06.2007 7:27)

Проверка работы форума

---

[kreines](#) (02.07.2007 17:50)

еще одна проверка...

---

[kreines](#) (08.07.2007 20:52)

и еще проверим

---

[kreines](#) (12.07.2007 11:53)

ну как?

---

[kreines](#) (18.07.2007 12:10)

без изменений!

---

[s\\_grishina](#) (23.09.2007 18:56)

Здравствуйте, Елена и Владимир!  
Скажите, пожалуйста, а можно ли еще  
сдавать задачи за прошлый семестр?  
С уважением,  
Даша

---

[kreines](#) (25.09.2007 22:13)

Здравствуйте, Даша!  
Сдавайте задачи! Мы будем очень рады!  
Только учтите, пожалуйста, что  
теперь необходимо пользоваться формами ответов.  
Задачи, присланные по почте приниматься не будут.  
С уважением,  
Елена.

---

### Ответить:

Текст:





[Главная](#)



[Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

(4

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))



## Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



## Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



## Курсы

Операции над курсами

- Список курсов



## Файлы

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

## Упражнения 1.5.14, 1.5.18

[s\\_stoynova](#) (22.09.2007 19:30)

Здравствуйте, коллеги и тьюторы!

Я бы хотела поделиться своими соображениями о подсчетах в упражнении 1.5.14 и таблице к упражнению 1.5.18 и посмотреть Ваши таблицы! Не подскажете ли Вы, возможно ли поместить таблицы в форуме?

[kreines](#) (23.09.2007 8:14)

Здравствуйте, Александра!

Прикрепить таблицу к сообщению в форуме нельзя, зато можно прикрепить ее к почтовому сообщению! Присылайте мне Ваши таблицы, я их посмотрю и разошлю всем заинтересовавшимся. А Вам пришлю их таблицы. Идея объединить таблицы представляется мне очень хорошей!

С уважением,  
Елена.

[s\\_grishina](#) (23.09.2007 18:58)

Здравствуйте, Саша!

Пришлите мне, пожалуйста, Ваши таблицы. Мне очень интересно, я, правда, мало пока сделала, но если окажется, что у меня есть что-то, чего у Вас нет, я Вам тоже с удовольствием пришлю. Всего хорошего,  
Даша.

## Ответить:

Текст:



[Отве](#)



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



### Курсы

Операции над курсами

- Список курсов



### Файлы

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

## Учебный курс

Название курса: Grothendieck graphs (dessins d'enfants)

Автор: G. B. Shabat and others

### Версии учебного курса:

Версия: 0.1

[Распаковать](#)

Файл: [part01\\_k.zip](#)

Создана: [kreines](#) / 31.01.2007 9:48

Описание: версия

Версия: 0.2

[Распаковать](#)

Файл: [part01\\_k.zip](#)

Создана: [kreines](#) / 31.01.2007 11:02

Описание: версия 0.2

Версия: 0.3

[Сделать версией по умолчанию](#)

[\(Редактировать\)](#) [\(Просмотреть\)](#)

Файл: [part01\\_k\\_no\\_questions.zip](#)

Создана: [nikkie](#) / 02.04.2007 9:18

Описание: версия 0.3

контрольные вопросы в виде "Answer Form" я пока исключил.

Версия: 0.3

[Сделать версией по умолчанию](#)

[\(Редактировать\)](#) [\(Просмотреть\)](#)

Файл: [part01\\_k\\_no\\_questions.zip](#)

Создана: [nikkie](#) / 03.04.2007 7:53

Описание: в предыдущей версии взял не тот исходный TeX-файл

Версия: 0.4

**Версия по умолчанию** [\(Редактировать\)](#)

[\(Просмотреть\)](#)

Файл: [dessins200709.zip](#)

Создана: [nikkie](#) / 25.09.2007 2:54

Описание:

### Загрузить новую версию:

Версия:

Файл:

Описание:



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

**(495) 939-19-31**

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



### Курсы

Операции над курсами

- Список курсов



### Файлы

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

## Группы, где Вы являетесь тьютором

- [M04-01 \(Математика и информатика для гуманитариев\)](#)
- [M06-01 \(Тригонометрия\)](#)
- [M03-01 \(Grothendieck graphs \(dessins d'enfants\)\)](#)

Copyright ©; 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните: **(495) 939-19-31**

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))

- Информация**  
Общая информация
  - О проекте
  - Учебные курсы
  - Контактная информация
- Мой профиль**  
Персональная папка
  - Анкета
  - Мои курсы
  - Мои группы
  - Сообщения
- Курсы**  
Операции над курсами
  - Список курсов
- Файлы**  
Операции с файлами
  - Список файлов
  - Загрузить файл

## Информация о группе

Код группы: M03-01

Курс: [Grothendieck graphs \(dessins d'enfants\)](#)

## Действия

[Назначить тестовые задания](#)

[Назначить контрольные задания](#)

## Список обучающихся

	Логин	ФИО
	<a href="#">s_golubev</a>	Голубев Константин
	<a href="#">s_grishina</a>	Гришина Дарья
	<a href="#">s_likhacheva</a>	Лихачева Екатерина
	<a href="#">s_shishkina</a>	Шишкина Элина
	<a href="#">s_stoynova</a>	Стойнова Александра
	<a href="#">usr000</a>	Тестовый Слушатель

## Тесты/задания, ожидающие оценки

## Контрольные задания, ожидающие оценки

Copyright ©; 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

(495) 939-19-31

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



### Курсы

Операции над курсами

- Список курсов



### Файлы

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

## Информация об обучающемся

Обучающийся: [s\\_golubev](#) / Голубев Константин

## Назначенные тесты/задания

- [s\\_golubev / Голубев Константин \(QCOLLECTION-3\)](#)
- [s\\_golubev / Голубев Константин \(QCOLLECTION-5\)](#)
- [s\\_golubev / Голубев Константин \(QCOLLECTION-5\)](#)
- [s\\_golubev / Голубев Константин \(QCOLLECTION-6\)](#)
- [s\\_golubev / Голубев Константин \(QCOLLECTION-4\)](#)

## Тесты/задания, выполнение которых начато

## Выполненные тесты/задания

## Оцененные тесты/задания

- [s\\_golubev / Голубев Константин \(QCOLLECTION-1\)](#)
- [s\\_golubev / Голубев Константин \(QCOLLECTION-2\)](#)

## Назначенные контрольные задания

## Выполненные контрольные задания

## Оцененные контрольные задания

Copyright ©; 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните: **(495) 939-19-31**

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))

- Информация**  
Общая информация
  - О проекте
  - Учебные курсы
  - Контактная информация
- Мой профиль**  
Персональная папка
  - Анкета
  - Мои курсы
  - Мои группы
  - Сообщения
- Курсы**  
Операции над курсами
  - Список курсов
- Файлы**  
Операции с файлами
  - Список файлов
  - Загрузить файл

## Результаты прохождения теста

Обучающийся:	s_golubev / Голубев Константин
Название задания:	QCOLLECTION-1
Количество правильных ответов:	0
Количество неправильных ответов:	0
Количество неоцененных ответов:	6
Количество баллов:	

[Применить](#)
[Сохранить](#)
[Отменить](#)
[Отправить оценку обучающемуся](#)

## Подробные результаты теста:

### Вопрос № 1

Provide an example of a set  $X$  with two different topologies  $\tau_1, \tau_2$  such that  $(X, \tau_1)$  is a connected topological space and  $(X, \tau_2)$  is a disconnected topological space.

### Ответы

$X = \{1, 2\}$ ,  $\tau_1 = \{\{1\}, X\}$  and  $\tau_2 = 2^X$ , then  $X$  with topology  $\tau_1$  is connected and  $X$  with topology  $\tau_2$  is disconnected.

### Количество баллов

10

### Правильный ответ

### Комментарий тьютора

[скрыть/показать](#)

**B** / **U**  $\sqrt{n}$

Похоже, что у Вас где-то забыта закрывающая скобка !

**Вопрос № 2**

Provide a definition of topological space based on the usage of the concept of closed sets.

**Ответы**

>

$\tau = \{U\}$  - opensets, than  $\mathbb{A} = \{X \setminus U\}$  - closedsets. Definiton of Topology on set  $X$  using  $\mathbb{A}$ : 1)  $X \in \mathbb{A}$  2) Intersection of any colle:

**Количество баллов**

10

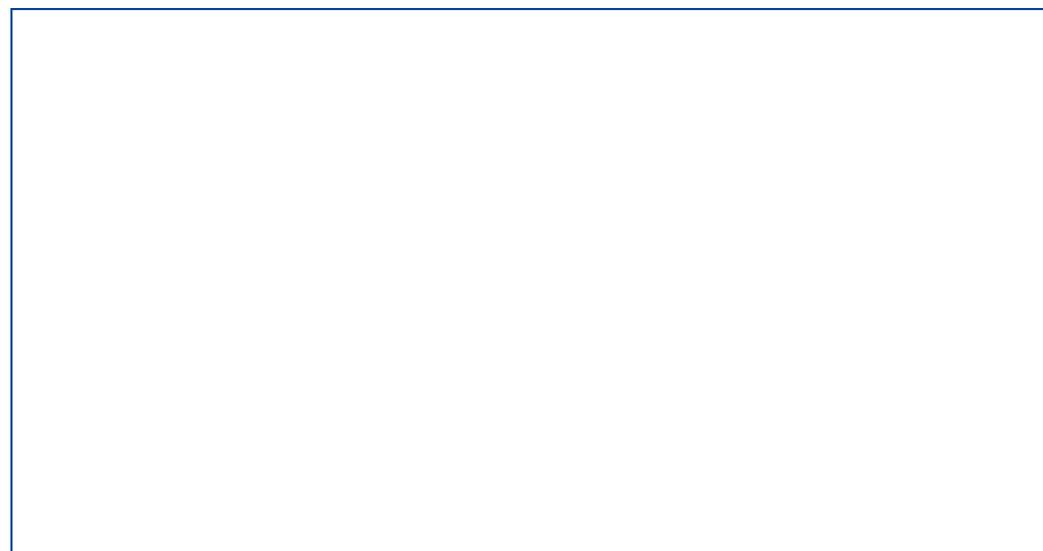
**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)

**B** / **U**  $\sqrt{n}$



**Вопрос № 3**

What are edges of the graph?

**Ответы**

>

*Since  $X_1 \setminus X_0$  is homeomorphic to a finite disjoint of open intervals, I think, this difference is exactly a set of all edges of the graph!*

**Количество баллов**

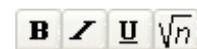
10

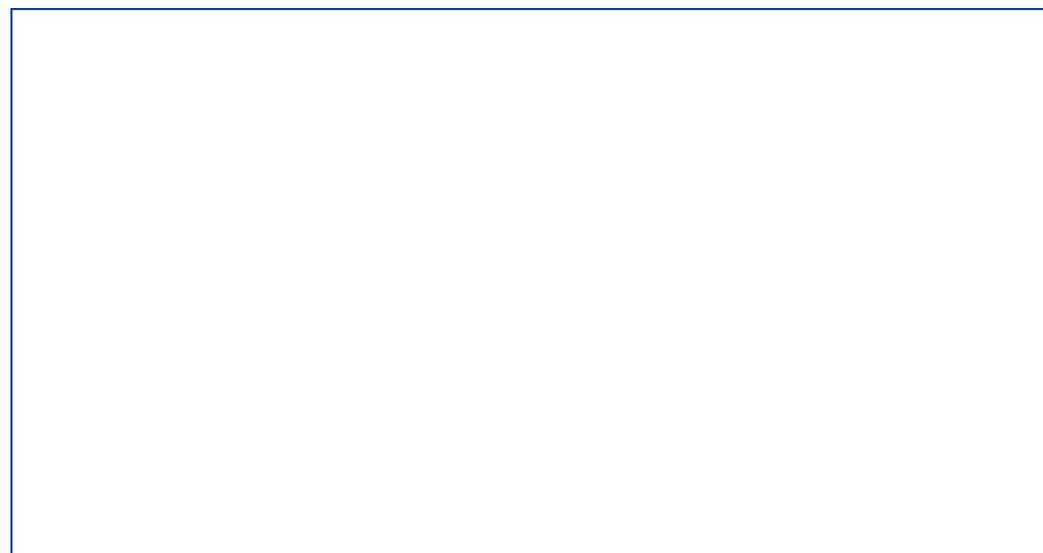
**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)





**Вопрос № 4**

Will the concept of graph remain the same if we omit the Hausdorff assumption in the above definition?

**Ответы**

> No, it won't, because there could be two "very close to each other" vertices

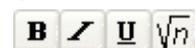
**Количество баллов**

5

**Правильный ответ**

**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)



Обоснование недостаточно подробно.

---

**Вопрос № 5**

Will the concept of graph remain the same if we omit the assumption that  $X_1$  is compact?

**Ответы**

> No, it won't. For example, real line with one vertex on it is not expected to be a graph.

**Количество баллов**

10

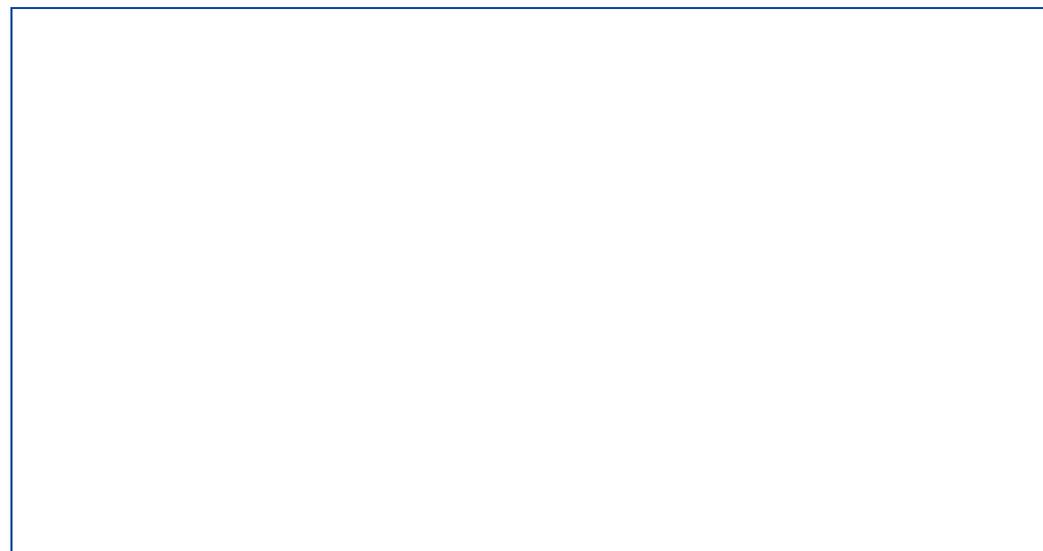
**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)





**Вопрос № 6**

Given natural numbers  $\alpha$  and  $n$ , suggest a necessary condition for the existence of a graph with  $\alpha$  vertices and  $n$  edges such that

- a) it has no isolated points;
- b) it is connected.

Are the proposed conditions sufficient for a graph to satisfy the aforesaid properties?

**Ответы**

>

*a) Since there must be no isolated points, one edge must go from each vertex. One edge connects two vertices, so  $n \geq \alpha/2$ . b)*

**Количество баллов**

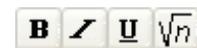
5

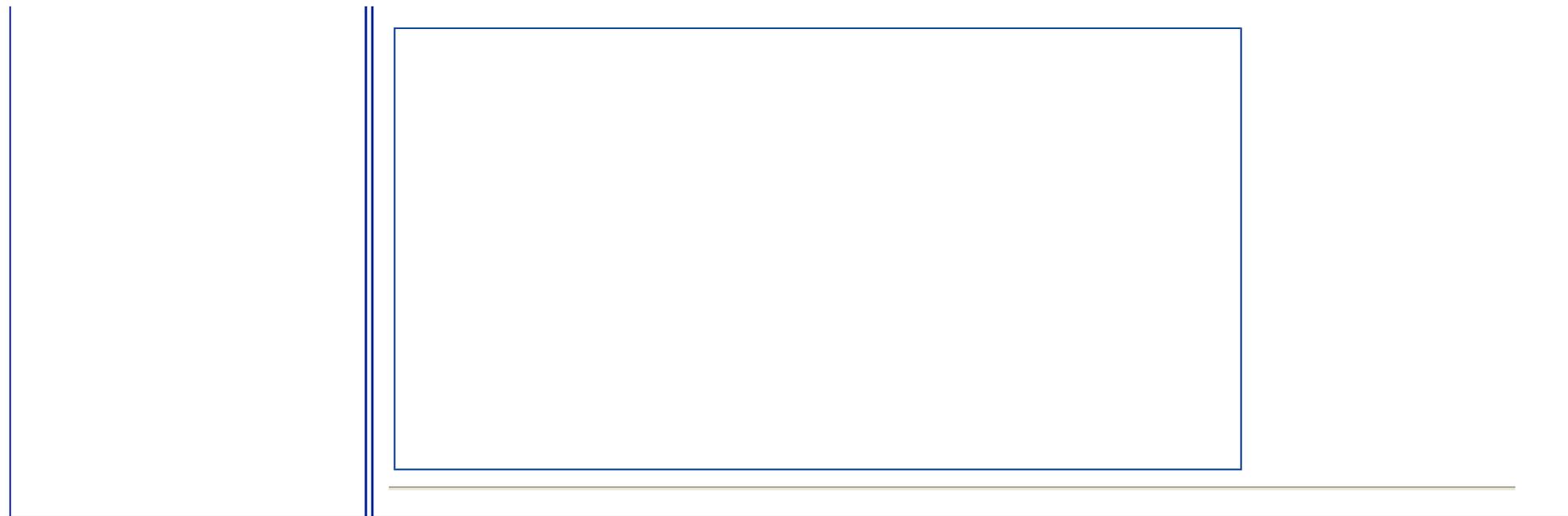
**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)





Copyright ©; 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните: **(495) 939-19-31**

Пользователь: [kreines](#) (Преподаватель) ([Выход](#))



**Информация**

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



**Мой профиль**

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



**Курсы**

Операции над курсами

- Список курсов



**Файлы**

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

**Результаты прохождения теста**

Обучающийся:	s_golubev / Голубев Константин
Название задания:	QCOLLECTION-2
Количество правильных ответов:	0
Количество неправильных ответов:	0
Количество неоцененных ответов:	3
Количество баллов:	

[Применить](#) [Сохранить](#) [Отменить](#) [Отправить оценку обучающемуся](#)

**Подробные результаты теста:**

**Вопрос № 1**

Give the number of matrices, you have got in Exercise



**Ответы**

- >
- 1 edge: 1x1: 1. 2x2: 1. SUM: 2.
- 2 edge: 1x1: 1. 2x2: 3. 3x3: 3. SUM: 4.
- 3 edge: 1x1: 1. 2x2: 6. 3x3: 16. 4x4: 16 SUM: 39

Big SUM: 45

**Количество баллов**

10

**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)



**Вопрос № 2**

Would Exercise  remain reasonable if we omit the word "connected"?

**Ответы**

> No, it wouldn't, because we always can add one more vertex without drawing more edges = add one row and one column of zeros to the matrix.

**Количество баллов**

10

**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)

**B** / **U**  $\sqrt{n}$

**Вопрос № 3**



Provide a proof of Lemma

**Ответы**

>

*$m_{ij}$  - by definition is number of edges connecting vertex  $i$  with vertex  $j$  and  $m_{ii}$  is number of loops. Using these definitions, numb*

**Количество баллов**

?

**Правильный ответ**

**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)

**B** / **U**  $\sqrt{n}$

Видимо конец предложения потерялся вместе с потерянной скобкой...  
Если исправить не получится (я не знаю), я назначу Вам этот тест еще раз,  
и Вы впишете правильный ответ на этот вопрос

Copyright ©; 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#)



[Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

(4

Пользователь: kreines (Преподаватель) ([Выход](#))



## Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



## Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои группы
- Сообщения



## Курсы

Операции над курсами

- Список курсов



## Файлы

Операции с файлами

- Список файлов
- Загрузить файл

## Результаты прохождения теста

Обучающийся:	s_likhacheva / Лихачева
Название задания:	QCOLLECTION-1
Количество правильных ответов:	0
Количество неправильных ответов:	0
Количество неоцененных ответов:	6
Количество баллов:	

[Применить](#)

[Сохранить](#)

[Отменить](#)

[Отправить оценку обучающе](#)

## Подробные результаты теста:

### Вопрос № 1

Provide an example of a set  $X$  with two different topologies  $\tau_1, \tau_2$  such that  $(X, \tau_1)$  is a topological space and  $(X, \tau_2)$  is a disconnected topological space.

### Ответы

>  $X = \{a, b\}$ , топологии  $\tau_0$  (связное топ. пространство) и  $\tau_1$ , где  $X_1 = \{a\}$  и  $X_2 = \{b\}$  из определения несвязного т.п.

### Количество баллов

7

### Правильный ответ

### Комментарий тьютора

[скрыть/показать](#)



OK

**Вопрос № 2**

Provide a definition of topological space based on the usage of the concept of closed sets.

**Ответы**

> что нужно в к.вопросе 2.2 я не понимаю. Требуется определить топ. пр-во через понятие замкнутых множеств. Но ведь они как раз определялись через открытые, а они вместе с топ. пространством. Разъясните пожалуйста.

**Количество баллов**

0

**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)



Требуется написать аналог определения 2.1.1, в котором вместо множеств  $U$  будут фигурировать некоторые множества  $V$ , которые в конце мы назовем замкнутыми, а потом доказать, что дополнения к этим множествам открыты (удовлетворяют аксиомам) в смысле опр. 2.1.1 и наоборот.

**Вопрос № 3**

What are edges of the graph?

**Ответы**

> ?

**Количество баллов**

0

**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)



---



---

**Вопрос № 4**

Will the concept of graph remain the same if we omit the Hausdorff assumption in the above definiti

**Ответы**

> Нет

**Количество баллов**

1

**Правильный ответ**

**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)



Необходимо обоснование

---



---

**Вопрос № 5**

Will the concept of graph remain the same if we omit the assumption that  $X_1$  is compact?

**Ответы**

> Нет, наверное

**Количество баллов**

1

**Правильный ответ**

**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)



Обоснуйте, пожалуйста, Вашу точку зрения

**Вопрос № 6**

Given natural numbers  $\alpha$  and  $n$ , suggest a necessary condition for the existence of a graph with  $n$  edges such that

- a) it has no isolated points;
- b) it is connected.

Are the proposed conditions sufficient for a graph to satisfy the aforesaid properties?

**Ответы**

> ?

**Количество баллов**

0

**Правильный ответ**



**Комментарий тьютора**

[скрыть/показать](#)





[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните: **(495) 939-19-31**

Пользователь: [usr000](#) ([Выход](#))



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои тесты
- Мои контрольные задания
- Сообщения

## Мои курсы

- **Grothendieck graphs (dessins d'enfants)** (группа **M03-01**)  
[Материалы курса](#) --- [Форум](#)

Copyright © 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните: **(495) 939-19-31**

Пользователь: [usr000](#) [\(Выход\)](#)



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои тесты
- Мои контрольные задания
- Сообщения

## Ваши тесты

QCOLLECTION-1 (Задание выполнено)

QCOLLECTION-2 (Задание в процессе выполнения)

QCOLLECTION-5 (Задание назначено)

QCOLLECTION-5 (Задание назначено)

QCOLLECTION-6 (Задание назначено)

QCOLLECTION-4 (Задание назначено)

QCOLLECTION-1 (Задание выполнено)

[Просмотреть результаты теста](#)

[Продолжить прохождение теста](#)

[Пройти тест](#)

[Пройти тест](#)

[Пройти тест](#)

[Пройти тест](#)

[Просмотреть результаты теста](#)

Copyright ©; 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова



[Главная](#) | [Помощь](#)

Напишите нам ([info@sdo.msu.ru](mailto:info@sdo.msu.ru)) или позвоните:

(495) 939-19-31

Пользователь: [usr000](#) ([Выход](#))



### Информация

Общая информация

- О проекте
- Учебные курсы
- Контактная информация



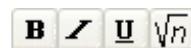
### Мой профиль

Персональная папка

- Анкета
- Мои курсы
- Мои тесты
- Мои контрольные задания
- Сообщения

## Вопрос № 1

Give the number of matrices, you have got in Exercise



[Записать ответ и перейти к следующему вопросу](#)

[Приостановить тест](#)

Copyright ©; 2004-2007

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

## 1.2.2 Number of edges

**Remark 1.2.6** We can construct any graph together with its incidence matrix from scratch, adding edge by edge. That is, start with a graph with  $\alpha$  vertices  $A_1, \dots, A_\alpha$  and no edges at all. Note that the incidence matrix of this graph is the  $\alpha \times \alpha$  matrix filled with zeros.

Now adding an edge we should distinguish between the loops and the edges connecting different vertices. Adding a loop to the vertex  $A_i$  we have to replace  $m_{ii}$  by  $m_{ii} + 1$ . Adding an edge that connects  $A_i$  with  $A_j$ , where  $i \neq j$ , we have to replace both  $m_{ij}$  and  $m_{ji}$  by  $m_{ij} + 1$  and  $m_{ji} + 1$ , correspondingly. Note that by induction it follows that  $m_{ij} = m_{ji}$  for all  $i, j$ .

These remark makes the following statement obvious:

**Lemma 1.2.7** Let a matrix

$$\begin{pmatrix} m_{11} & \dots & m_{1\alpha} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{\alpha 1} & \dots & m_{\alpha\alpha} \end{pmatrix}$$

be an incidence matrix of some graph. Then the total number of edges of this graph is

$$\sum_{1 \leq i < j \leq \alpha} m_{ij}.$$

**Exercise 1.2.8** If you feel it necessary, construct the rigorous inductive proof of Lemma .

**Exercise 1.2.9** List all the possible incidence matrices of connected graphs with 1, 2 and 3 edges.

**Control question 1.7** Give the number of matrices, you have got in Exercise .

**Control question 1.8** Would Exercise  remain reasonable if we omit the word "connected"?

You may use the answer form at the end of this lecture to answer these questions.